Dipl.-Inf. Henning Wunderlich
Abt. Theoretische Informatik

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1
Diskutieren Sie das Problem, zu bestimmen, ob zwei Polynome gleich sind.

Aufgabe 2
Zwei Bäume T_1 und T_2 heißen isomorph, falls eine Bijektion zwischen deren Knotenmengen $V(T_1)$ und $V(T_2)$ besteht, so daß für alle internen Knoten v in T_1 mit Nachfolgern $v_1, \ldots, v_k$ der Knoten $f(v)$ in T_2 die Nachfolger $f(v_1), \ldots, f(v_k)$ hat und umgekehrt.
Konstruieren Sie einen randomisierten effizienten Algorithmus zum Test auf Isomorphie von Bäumen.
Hinweis: Sei T ein Baum. Verbinden Sie mit jedem Knoten v in T ein Polynom P_v. Die Polynome werden rekursiv über die Höhe der Knoten definiert: Ein Knoten v auf Höhe 0, d.h. ein Blatt, bekommt das Polynom $P_v := x_0$, ein Knoten v auf Höhe h mit Nachfolgern $v_1, \ldots, v_k$ bekommt das Polynom $P_v := (x_h - P_{v_1}) \cdots (x_h - P_{v_k})$.

Aufgabe 3
Sei $\mathcal{PM}$ das Entscheidungsproblem für die Existenz eines perfekten Matchings in einem bipartiten Graphen. Reduzieren Sie ($\leq_T^p$) das Konstruktionsproblem auf das Entscheidungsproblem.

Aufgabe 4
Betrachten Sie das folgende Kommunikationsmodell. Seien $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ und $\mathcal{Z}$ endliche Mengen. Es existieren zwei Spieler Alice und Bob, die gemeinsam eine Funktion $f\colon \mathcal{X} \times \mathcal{Y} \to \mathcal{Z}$ an der Stelle (x, y) berechnen wollen. Alice bekommt als Eingabe $x \in \mathcal{X}$, Bob bekommt $y \in \mathcal{Y}$. Außerdem haben beide Spieler Zugriff auf einen Zufallsstring (public coin). Die Spieler kommunizieren miteinander gemäß einem Protokoll Π, wobei die Botschaften (Bits), die ein Spieler schickt, nur von seiner Eingabe, dem Zufallsstring, und den vorherigen Botschaften abhängen dürfen. Durch das Protokoll wird auf Eingabe (x, y) ein Wert $f_\Pi(x, y) \in \mathcal{Z}$ berechnet, den beide Spieler kennen. Die maximale Anzahl kommunizierter Bits (Maximum über alle Eingaben und Zufallsstrings) sind die Kommunikationskosten $\mathbf{D}(\Pi)$ des Protokolls Π.
Konstruieren Sie ein randomisiertes public coin Protokoll Π_n für die Funktion $\mathbf{EQ}_n\colon \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \to \{0,1\}$, $\mathbf{EQ}_n(x, y) := [x = y]$, mit Kommunikationskosten $\mathbf{D}(\Pi_n) = \mathcal{O}(1)$. Schätzen Sie die Fehlerwahrscheinlichkeit $\mathbf{Pr}[f_\Pi(x, y) \neq f(x, y)]$ nach oben ab.