

Aufgabenblatt 12

Aufgabe 1 (PCP-Theorie und Nichtapproximierbarkeit)

Beweisen Sie: Aus $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ folgt, daß für das Problem *MaxClique* kein Approximationsalgorithmus mit konstanter Approximationsgüte existiert.

Hinweis:

- Benutzen Sie das PCP-Theorem.
- Reduzieren Sie zuerst *3SAT* auf *Clique*, indem Sie jeder Klausel partielle Variablenbelegungen zuordnen. Wie kann man deren „Kompatibilität“ in einem Graphen kodieren?
- Verallgemeinern Sie diese Reduktion für beliebige Verifizierer, indem jetzt die Zufallsstrings die Rolle der Klauseln und die Abfragen die Rolle der partiellen Variablenbelegungen übernehmen.

Aufgabe 2 (Graphentheorie & Parametrisierte Algorithmen)

- a) Erklären Sie die Begriffe „Minor“ und „(induzierter) Untergraph“.
- b) Geben Sie Klassen von Graphen an, die durch Ausschluß von Graphen als Minor oder induzierter Untergraph charakterisiert werden können.
- c) Eine *Grapheigenschaft* ist eine Menge von Graphen. Diese soll *vererbbar* heißen, falls diese Menge unter induzierter Untergraphbildung abgeschlossen ist. Eine Grapheigenschaft hat eine *Charakterisierung mittels Ausschlußmengen*, falls eine Menge F von Graphen existiert, so daß ein Graph genau dann die Eigenschaft besitzt, wenn er keinen Graphen aus F als induzierten Untergraphen enthält.

Beweisen Sie: Eine Grapheigenschaft ist genau dann vererbbar, wenn sie eine Charakterisierung mittels Ausschlußmengen besitzt.